量子启发数学形态学的研究

谢可夫, 罗　安
(中南大学信息科学与工程学院, 湖南长沙 410083)

摘　要:　本文在量子信息处理技术的启发下提出一种新的数学形态学结构元素,该结构元素不是传统的结构元素的简单线性组合,而是一种类似于量子叠加态的多态结构元素. 利用此结构元素构成的形态学基本算子被定义,其运算意义被解释,并指出在特定的情况下,该算子对数字图像的处理结果能退化到对应的传统形态学算子的处理结果. 本文还给出一个利用这种叠加态结构元素进行二值图像边缘检测的实例,并将其检测结果与对应的传统处理结果进行了比较.

关键词:　图像处理; 数学形态学; 量子信息
中图分类号:　TN911. 73　　文献标识码:　A　　文章编号:　037222112 (2005) 0220284204

Research on Quantum2Inspired Mathematical Morphology

XIE Ke2fu, LUO An
(College of Information Science and Engineering, Central South University Changsha, Hunan 410083, China)

Abstract:　A new structure element used for operation of mathematical morphology is proposed under inspiration of quantum in2 formation processing technology in this paper. The structure element is not simply a liner combination of conventional structure ele2 ments. It is a mult2state structure element similar to superposition of states of quantum mechanics. The operators of mathematical mor2 phology using the structure are defined and the meaning of the operation is interpreted. The result attained in processing of digital im2 age using the operators with mult2state structure element can be returned to the result attained by using conventional structure element under special condition. A example of using the structure to detect the edge of binary image is given and the result is compared to that detected by using conventional structure element.

Key words:　image processing; mathematical morphology; quantum information

1　引言

数学形态学由法国科学家 G Matheron 和 J Serra 在六十年代创建,创建的最初目的是用于对矿石作定量岩相学分析和对多孔介质的渗透性进行研究,但由于其独特的运算方式和强大的信息处理能力而引起国际学术界的密切关注. 在随后的三十年里,以 G Matheron 和 J Serra 为代表的大量学者从拓扑学、随机集、凸性分析和格论的角度对数学形态学的理论基础进行了大量的研究,建立了数学形态学的数学框架,从而使数学形态学发展成为一门新兴的图像和信号处理学科.

自上世纪九十年代至今,国内外关于数学形态学的研究主要集中在两个方面:其一为数学形态学应用研究,主要是将数学形态学的基本理论和方法用于图像工程的各个领域[1~4]. 其二为形态学算法的开发和设计[5~7]. 然而,无论哪一方面的研究均不可避免地要涉及到一个关键问题就是如何确定形态学运算的结构元素,因为形态学处理结果的满意程度与能否选择到合适的结构元素密切相关. 基于此因,形态运算结构元素的优化设计也一直受到该领域学者们的密切关注. 文献[8, 9]利用遗传算法针对数字图像的噪声滤除问题对形态滤波器的结构元素进行了优化设计,但由于仅对结构元素的形状和灰度值进行了优化,而未考虑到各种结构元素可能的组合方式,故优化后的处理结果仍然难以令人满意.

近年来,建立在量子力学基础上的量子信息处理技术得到了空前的发展. 人们在研究基于量子计算机的量子算法和量子信息处理技术的同时,也非常地注重对受量子信息处理方法启发的能在经典计算机上实现的改进算法和技术的研究. 文献[10]提出一种量子神经网络结构和训练算法,该网络能通过对样本的学习获得模糊集的隶属度函数;文献[11]成功地将该量子神经网络应用到语音识别,提高了识别的精度;而在文献[12]中,作者提出的量子启发遗传算法模仿量子力学的态叠加原理对染色体进行编码,并将其应用于组合优化中背包问题的求解,大大地提高了遗传算法的寻优能力. 所有这些在经典计算机上实现的/ 量子启发0信息处理方法和技术极大的地拓展了人们解决问题的思路和兴趣.

收稿日期: 2004202223; 修回日期: 2004212213
基金项目: 2002 年国家科技攻关计划课题(No. 2002BA218C)

本文受量子信息处理的一些基本概念和原理的启发, 提出一种叠加态结构元素的概念, 在此基础上建立具有统计意义的所谓/ 量子启发0 形态学算子并对其合理性进行物理解释, 给出了叠加态结构元素的展开方式和退化原理, 并对基于叠加态结构元素的二值图像形态学边缘检测问题给出了实例仿真.

2　量子力学和量子信息处理基本概念

(1) 量子力学系统的态由 Hilbert 空间中的矢量完全描写, 描写量子态的矢量称为态矢, 用符号/ | 740 表示. 此处/ |#40 称为右矢, 其作用类似于一列矢量. / | #40 称为左矢, 表示右矢的转置共轭.

(2) 由量子态| 74 所描述的量子系统可表为 Hilbert 空间的一组基态| <i4 , (i= 1, 2, , , n) 的线性叠加. 即:

$$| 74 = \sum_{i=1}^{n} X_i | <i4 \quad (1)$$

这里 X_i 一般为复数, 称之为概率幅, $| X_i |^2$ 表示该量子系统塌陷到基态| <i4 的概率. 由于| 74 描述的是一个真实的物理系统, 所以 X_i 必须满足归一化条件:

$$\sum_{i=1}^{n} | X_i |^2 = 1 \quad (2)$$

(3) 若一个量子系统所处的状态为 Hilbert 空间中的一组基态的叠加, 则称之为相干的. 该量子系统在去相干后必以某一概率$| X_i |^2$ 塌陷到某一基态| <i4 . 例如: 最简单的自旋系统为一双态系统, 称之为自旋 1/2 系统. 其基态表示为| { 4 (自旋向上) 和| | 4 (自旋向下), 在此系统中, 相干态| 74 是| { 4 和| | 4的线性叠加, 如该系统的一个可能的状态是| $74 = \frac{2}{\sqrt{5}}$ | { 4 + $\frac{1}{\sqrt{5}}$| | 4, 当该系统去相干时, 塌陷到基态| { 4 和基态| | 4 的概率分别为 $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$ 和 $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$.

(4) 量子位(qubit) 一个量子位是一个双态量子系统. 若记其两个基态| { 4 和| | 4 分别为| 04 和| 14, 根据叠加原理, 这个量子位可以处在叠加态:

$$| 74 = A| 04 + B| 14 \quad (3)$$

这里 A, B 是满足$| A|^2 + | B|^2 = 1$ 的复数. $| A|^2$、$| B|^2$ 分别表示这个量子位在| 04 态和在| 14 态的概率.

(5) 多量子位系统 设一个量子系统由 n 个量子位构成, 其中第 i 个量子位的状态为: $| 7^{(i)}4 = X_0^i | 04 + X_1^i | 14$, 则该量子系统的状态| 74可表示为:

$$\begin{aligned} | 74 &= | 7^{(1)}4 ^{a} | 7^{(2)}4 ^{a} , ^{a} | 7^{(n)}4 \\ &= (X_0^1 X_0^2 , X_0^n) | 00, 04 + (X_0^1 X_0^2 , X_1^n) | 00, 14 \\ &+ , + (X_1^1 X_1^2 , X_1^n) | 1, 14 = \sum_{i=1}^{2^n-1} X_i | i_b4 \end{aligned} \quad (4)$$

符号/ ª 0表示直积, 态矢 | i_b4 中的 i_b 为对应十进制数 i 的n 位二进制数, | i_b4 表示第 i 个基态. X_i 为基态| i4 的概率幅, 它满足归一化条件:

$$\sum_{i=1}^{2^n-1} | X_i |^2 = 1 \quad (5)$$

3　从形态学基本算子到叠加态形态学基本算子的拓展

(1) 量子启发叠加态结构元素

量子启发二值形态运算结构元素 qB_b 和灰度形态运算扁平结构元素 qB_P 定义为一组数(X_i^1, X_i^0) 的阵列:

$$qB_b(\alpha , qB_P) > \begin{bmatrix} (X_{n-1}^1 , X_{n-1}^0) & \# & , & , \\ \# & \# & , & , \\ s & s & s & s \\ \# & \# & (X_1^1 , X_1^0) & (X_0^1 , X_0^0) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中(X_i^0, X_i^1) 满足:

(a)　0[X_i^1[1; 0[X_i^0[1; 且:

$$| X_i^0 |^2 + | X_i^1 |^2 = 1, \quad i= 1, 2, , , n \quad (7)$$

X_i^0, X_i^1 分别表示第 i 位/ 00 态和/ 10 态的概率幅, $| X_i^0 |^2$, $| X_i^1 |^2$ 则分别表示第 i 位取 0 和 1 的概率.

(b)　至少存在一个 $X_i^1 = 1$, i I {1, 2, , , n}. 此条件是为了保证 $qB_b(\alpha , qB_P)$ 的展开式中不含元素为全/ 00 的阵列, 因为全/ 00阵列不是形态学的结构元素.

(2) 叠加态结构元素的展开

由式(6) 定义的叠加态结构元素 $qB_b(\alpha , qB_P)$ 可展开成式(4) 的形式. 要取得| i4 的系数 X_i, 只要将十进制数 i 表示为 n 位二进制数, 若其中第 j 位为 1 则取 X_j^1, 第 k 位为 0, 则取 X_k^0, 然后将这样所得的 n 个值相乘即可. 例如:

$$qB_{exa} = \begin{bmatrix} \left(\sqrt{\frac{2}{5}}, \sqrt{\frac{3}{5}} \right) & (0, 1) \\ \left(\sqrt{\frac{3}{5}}, \sqrt{\frac{2}{5}} \right) & (1, 0) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{5} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{3}{5} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{2}{5} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{6}}{5} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{5} | 00014 + \frac{3}{5} | 00114 + \frac{2}{5} | 10014 + \frac{\sqrt{6}}{5} | 10114 \quad (8)$$

其中: 结构元素| 00014 、| 00114 、| 10014 和| 10114 出现的概率分别为 6/ 25、9/ 25、4/ 25 和 6/ 25.

(3) 基于叠加态结构元素的形态学运算

$$A(qB= \{A(| i4; | i4 I qB; P(A(| i4) = X_i^2\} \quad (9)$$

其中 A 为数字图像, qB 为叠加态结构元素. (I {ª , ©, . , #}, ª 、© 、. 和# 分别表示形态学的腐蚀、膨胀、开和闭算子, P(x) 表示 x 出现的概率, 那么 A(qB 之结果为(A(| i), i I {1, 2, , , 2^n- 1}中的一个, 取得该结果的概率为 X_i^2. 其期望值为:

$$E(A(qB) = \sum_{i=1}^{2^n-1} X_i^2 (A(| i) \quad (10)$$

上式中 E(#) 求表示数学期望.

4　拓展的意义及在图像边缘检测中的应用

在客观世界中所发生的腐蚀和膨胀过程中, 腐蚀子或膨胀子并非是一成不变的, 因此客观世界所发生的腐蚀和膨胀

过程应该是一个随机过程, 而对随机过程的观察结果应该用统计量来描述. 例如海水对海岸的腐蚀和江河口三角洲的膨胀形成, 如果腐蚀子和膨胀子是固定的就不会有滩涂的形成. 而采用叠加态结构元素可很好地描述这些实际过程. 另外采用叠加态结构元素处理的结果可退化到用对应的传统结构元素取得的结果. 例如以下为用式(8)中的 qB_{exa} 按式(10)进行二值图像腐蚀和膨胀的结果的期望值为:

$$E\left(\begin{bmatrix}0&1&0&1&0\\0&1&1&0&1\\0&1&1&1&0\end{bmatrix} \ominus qB_{exa}\right)=\begin{bmatrix}0&0.24&0&0.24&0\\0&0.24&1&0&0.4\\0&0.24&1&1&0\end{bmatrix} \tag{11}$$

$$E\left(\begin{bmatrix}0&1&0&1&0\\0&1&1&0&1\\0&1&1&1&0\end{bmatrix} \oplus qB_{exa}\right)=\begin{bmatrix}0&0.40&0&0.40&0&0\\0&0.76&1&0.60&1&0\\0&0.76&1&1&0.60&1\\0&0.60&1&1&1&0\end{bmatrix} \tag{12}$$

上面的运算中, 等式左边括号内的矩阵表示二值图像, 叠加态结构元素中的各基态的原点取为右下角. 显然若令式(11)中小于 1 的元素为 0, 式(12)中大于 0 的元素为 1, 则式(11)、(12)分别式退化到用传统结构元素 $\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}$ 进行腐蚀和膨胀的结果.

表示一个式(6)所描述的叠加态结构元素, 考虑到条件(a)、(b)后只须 $n-1$ 个独立参数. 例如当指定 $X_1^1=1$, 则该叠加态结构元素可由 $n-1$ 参数 $\{X_1^1, X_2^2, \ldots, X_{n-1}^1\}$ 进行描述. 下面我们分析用这 $n-1$ 个参数能表示多少个不同的结构元素及其组合形式.

由于叠加态结构元素中的任一位在某一时刻的观测结果必为 0 或 1 中的一个. 因此对各位作出不同的指定, 叠加态结构元素便退化到不同的形式. 下面以式(8)的 qB_{exa} 为例简要说明这种退化原理:

若指定 4 位为 0011: $qB_{exa}=\begin{bmatrix}0&0\\1&1\end{bmatrix}$, 即 $\{X_0^1=X_1^1=1, X_2^1=X_3^1=0\}$

若仅指定最低 2 位为 1: $qB_{exa}=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{6}}{5}\right)^2}}$

$$\left(\frac{3}{5}\begin{bmatrix}0&0\\1&1\end{bmatrix}+\frac{\sqrt{6}}{5}\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\right)=\sqrt{\frac{3}{5}}\begin{bmatrix}0&0\\1&1\end{bmatrix}+\sqrt{\frac{2}{5}}\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}$$

即 $\{X_0^1=1, X_1^1=1, X_2^1=0, X_3^1=\sqrt{\frac{2}{5}}\}$. 简单地说, 这种类似于量子测量的指定, 可将叠加态结构元素退化到基态结构元素(传统结构元素)和其它的叠加态结构元素.

一般当所有的 $X_i^1 \neq 1$ 时, 一个 n 位的态叠加结构元素将有 N 种可能的形式(包括基态和其它的叠加态), 容易证明:

$$\begin{aligned}N&=C_{2^{n-1}}^{1}+C_{2^{n-1}}^{2}+\cdots+C_{2^{n-1}}^{2^{n-1}-1}+C_{2^{n-1}}^{2^{n-1}}\\&=2^{n-1}!\cdot\sum_{i=1}^{2^{n-1}}\frac{1}{i!\cdot(2^{n-1}-i)!}\end{aligned} \tag{13}$$

由上分析可见, 若用数学形态学算法进行信号和图像处理, 则在叠加态结构元素的基础上进行的优化算法可同时对其形状和组合形式进行优化, 因此应该具有更好的全局搜索能力.

图(1)给出用传统结构元素 B 和叠加态结构元素 qB_1、qB_2 对二值图像边缘检测结果的比较, 其中:

$$B=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$$

$$qB_1=\begin{bmatrix}\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)&\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)&\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)\\\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)&1&\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)\\\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)&\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)&\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)\end{bmatrix},$$

$$qB_2=\begin{bmatrix}\left(\sqrt{0.1},\sqrt{0.9}\right)&\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)&\left(\sqrt{0.1},\sqrt{0.9}\right)\\\left(\sqrt{0.9},\sqrt{0.1}\right)&1&\left(\sqrt{0.9},\sqrt{0.1}\right)\\\left(\sqrt{0.1},\sqrt{0.9}\right)&\left(\sqrt{0.5},\sqrt{0.5}\right)&\left(\sqrt{0.1},\sqrt{0.9}\right)\end{bmatrix}$$

在运算中结构元素的原点取其几何中心, qB_1 除中心点外其余各点取等概率幅以保证各基态在边缘检测中等权重, qB_2 中各基态权重不等, 以中间行对应的基态所占的权重最大. 由于基于叠加态结构元素的形态运算取得的是期望值, 故用 qB_1、qB_2 检测到的边缘图(c)和(e)为灰度图像, 图(d)和图(f)分别为图(c)和图(e)的二值处理结果(取阀值为 0.8). 对比图(b)可见, 图(d)和(f)的边缘更清晰、细腻. 由于 qB_2 针对性地加重了某些结构元素的概率幅, 所以图(f)比图(d)的效果更好. 该仿真在 Matlab 环境下进行, 计算时间在两秒之内.

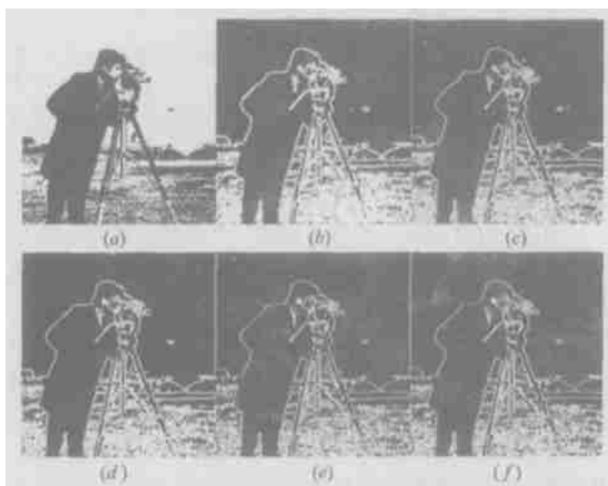

图 1 使用不同形式的结构元素所检测的图像边缘. (a)原始图像; (b) B 检测结果; (c) qB_1 检测结果; (d)对(c)二值处理结果; (e) qB_2 检测结果; (f)对(e)二值处理结果

5 结语

本文受量子信息处理技术的启发, 提出了叠加态结构元素和基于叠加态结构元素的数学形态学运算, 拓展了传统形态学运算的意义. 叠加态结构元素的引入, 使得对结构元素的描述更为灵活, 同时也有利于形态学优化算法设计中全局搜索能力的改善. 但在具体应用中要取得好的效果关键在于如何针对特定问题选择叠加态结构元素中各点的概率幅. 我们

下一步将针对图像处理中的一些常规的任务(如图像滤波, 图像分割等)开展基于叠加态的形态学应用研究.

参考文献:

[1] Mukhopadhyay S, Chanda B. Multiscale morphological segmentation of gray2scale images[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(5): 533- 549.

[2] Guimaraes S J F, et al. An approach to detect video transitions based on mathematical morphology[A]. Proceedings of International Conference on Image Processing[C]. Barcelona, Spain, 2003, Vol. 2: 1021- 1024.

[3] Peters, Richard Alan II. New algorithm for image noise reduction using mathematical morphology[J]. IEEE Transactions on Image Processing. 1995, 4(5): 554- 568.

[4] Rizki M M, et al. Evolving pattern recognition systems[J]. IEEE Trans2actions on Evolutionary Computation, 2002. 6(6): 594- 609.

[5] Gil J Y, Kimmel R. Efficient dilation, erosion, opening, and closing al2gorithms[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intel2ligence, 2002, 24(12): 1606- 1617.

[6] Sedaaghi M H. Morphological operators[J]. Electronics Letters, 2002, 38(12): 1333- 1335.

[7] Ray N, Acton S T. Adaptive image processing via snake filters[A]. Conference Record of the Thirty2Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers[C]. California, USA, 2001, vol. 1: 337- 341.

[8] Hamid M S, et al. Genetic algorithm optimization of multidimensional grayscale soft morphological filters with applications in film archive restoration[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2003, 13(5): 406- 416.

[9] Neal R Harvey, Stephen Marshall. The use of genetic algorithms in mor2phological filter design[J]. Signal Processing, 1996, (8): 55- 71.

[10] Purushothaman G, Karayiannis N B. Quantum neural networks (QNNs): inherently fuzzy feedforward neural networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1997, 8(3): 679- 693.

[11] Fei Li, et al. Quantum neural network in speech recognition[A]. In: proceeding of 6th International Conference on Signal Processing[C]. Beijing, china, 2002, Vol. 2: 1267- 1270.

[12] Kuk2Hyun Han, Jong2Hwan Kim. Quantum2inspired evolutionary algo2rithm for a class of combinatorial optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(6): 580- 593.

作者简介:

谢可夫　男, 1956 年生于湖南桂阳, 副教授, 1988 年于哈尔滨船舶工程学院水声工程专业研究生班毕业, 现为中南大学控制理论和控制工程专业博士生, 主要研究方向为数字图像处理、电力系统故障诊断理论和技术等, 已发表论文 20 余篇. E2mail: kefxie@hunnu. edu. cn.

罗　安　教授、博士、控制理论和控制工程专业博士生导师, 研究方向为电力系统故障诊断、图像处理等, 已发表论文 70 余篇, 主持国家和省部级项目 25 项, 获省部级科技进步奖 5 项、国家专利 3 项.